Le temps des vendanges[1]

Groupe fonction

Mots clés : Fonction, relations algébriques, relations fonctionnelles, proportionnalité, systèmes d'équations linéaires

Le problème

Le problème demande de trouver les différentes manières d'obtenir le couple (18 ; 13) par addition de trois types de couples (3 ; 2), (2 ; 1) et (1 ; 1) dans un contexte de transports de deux types de récipients par trois transporteurs. Il peut se ramener à l'étude d'un système linéaire de deux équations à 3 inconnues entières et strictement positives.

Le temps des vendanges

Dans les vignes de M. Brunello, un jour de vendanges, avec le raisin recueilli on a rempli 18 grandes cuves et 13 cuves moyennes. Pour les transporter à la cave, M. Brunello dispose de trois tracteurs :

- le tracteur A peut transporter, à pleine charge, 3 grandes cuves et 2 moyennes ;

- le tracteur B peut transporter, à pleine charge, 2 grandes cuves et 1 moyenne ;

- le tracteur C peut transporter, à pleine charge, 1 grande cuve et 1 moyenne ;

Ce jour-là, M Brunello a utilisé au moins une fois tous ses tracteurs et toujours à pleine charge.

Combien de voyages peut avoir fait M. Brunello avec chacun de ses tracteurs pour transporter toutes les cuves à la cave ?

Décrivez tous les voyages possibles et expliquez comment vous les avez trouvés.

Tâche de résolution et savoirs mobilisés

Pour les catégories considérées on peut envisager différents types de procédures. Dans tous les cas l'utilisation de la proportionnalité pour le calcul du nombre de cuves convoyées par un tracteur lors de plusieurs allers-retours est un prérequis.

a. Une procédure possible : identification d'un problème relevant d'une mise en équation algébrique dont une méthode de résolution peut être anticipée. Identification des inconnues du problème (par exemple a, b et c les nombres respectifs de voyages des tracteurs A, B et C), des contraintes sur ces inconnues (entiers strictement positifs) et des relations qui les lient ($3a + 2b + c = 18$ et $2a + b + c = 13$). Mise en œuvre d'une méthode de résolution adaptée, par exemple, obtenir par différence $a + b = 5$ et retenir les solutions en nombres entiers naturels différents de 0 : (1 ; 4), (2 ; 3), (3 ; 2) (4 ; 2). Chaque couple permet de déterminer la valeur correspondante de c (respectivement 7, 6, 5, 4). On obtient ainsi quatre possibilités.

Remarque : il est possible de réduire la recherche :

- en s'appuyant sur le sens et en prenant en compte que les tracteurs font au moins un voyage. On est amené à faire un travail équivalent à la résolution de $3a' + 2b' + c' = 12$ et $2a' + b' + c' = 9$ ce qui limite le nombre de cas à étudier.

[1] Problème 14 de l'épreuve II du 14e rallye, destiné aux catégories 7, 8, 9, 10.

- en travaillant sur l'aspect syntaxique et en déduisant des équations que a + b doit être égal à 5. On peut difficilement envisager que cette déduction survienne sans recours au cadre algébrique.

b. Autre procédure possible : procéder dans le champ multiplicatif et additif, avec des entiers, de manière organisée (éventuellement avec un tableau) en tenant compte des caractéristiques de chaque tracteur et du nombre de cuves transportées augmentant avec le nombre de voyages. Commencer par exemple en choisissant le nombre maximum de voyages du tracteur A, s'assurer que 6 voyages ne peuvent convenir, que 5 peuvent permettre de transporter les 18 grandes cuves mais alors pas les 13 moyennes (on aurait transporté 18 grandes cuves et 12 moyennes, ce qui ne suffit pas).

Puis supposer que le tracteur A fait 4 voyages (12 GC ; 8MC) et il faut alors tester toutes les possibilités pour les tracteurs B et C. On obtient ainsi une première solution : 4 voyages pour A, 1pour B et 4 pour C.

Et ainsi de suite jusqu'à obtenir les trois autres solutions : 3 voyages pour A, 2 pour B et 5 pour C, puis 2 voyages pour A, 3 pour B, 6 pour C et 1 voyage pour A, 4 pour B et 7 pour C.

c. Variante : déterminer une solution (par essais), obtenir les autres en observant qu'un voyage de A équivaut à un de B et un de C, s'assurer de l'exhaustivité.

Ainsi on peut essayer de distinguer deux types de savoirs mobilisables : ceux liés au cadre des équations linéaires et ceux liés à l'aspect fonctionnel.

Pour ces derniers on peut distinguer deux aspects :

- la nécessaire mise en œuvre d'un raisonnement relevant de la proportionnalité pour le calcul du nombre de cuves convoyées par un tracteur lors de plusieurs allers-retours.
- l'utilisation en actes d'une ou deux fonctions de plusieurs variables. Le calcul des images se faisant dans le champ additif et multiplicatif sur des entiers.

Les résultats

Sur 550 classes de 9 sections ayant participé à l'épreuve II du 14e RMT, les points attribués sont les suivants :

Points attribués	0	1	2	3	4	Nb classes	m
Catégorie 7 (en %)	42	30	13	11	5	240	1,08
Catégorie 8 (en %)	28	34	15	12	11	196	1,45
Catégorie 9 (en %)	30	32	14	7	18	88	1,52
Catégorie 10 (en %)	15	31	12	19	23	26	2,04
Ensemble (en %)	34	32	14	11	10	550	1,32

Selon les critères de l'analyse a priori du problème :

- 4 pts : Réponse correcte (les 4 possibilités : 4 voyages pour A, 1 pour B et 4 pour C ; 3 voyages pour A, 2 pour B et 5 pour C ; 2 voyages pour A, 3 pour B et 6 pour C ; 1 voyage pour A, 4 pour B et 7 pour C) bien argumentée
- 3 pts : Découverte de trois possibilités correctes avec justifications
- 2 pts : Découverte de deux possibilités avec justifications ou trois correctes et une ou plusieurs possibilités erronées
- 1 pt : Une seule possibilité et/ou essais ou raisonnements qui attestent d'une compréhension initiale du problème
- 0 pt : Incompréhension du problème

Globalement ce problème a donc été très moyennement réussi, y compris en catégorie 10.

Procédures, obstacles et erreurs relevés

Parmi les copies ayant 0 point on peut percevoir que la compréhension de l'énoncé et son appropriation s'avèrent très difficiles. La multiplicité des contraintes à prendre en compte et certaines formes syntaxiques semblent s'ériger en obstacles. On identifie ainsi des classes qui ont séparé le problème en trois : combien de trajets avec le tracteur A pour transporter la totalité des cuves, puis avec le tracteur B puis avec le C. D'autres classes n'ont pas envisagé que les tracteurs étaient toujours à pleine charge, d'autres encore n'ont pas tenu compte du fait que chaque tracteur faisait au moins un trajet. On reconnaît ici à la fois des difficultés de traitement de l'énoncé et aussi une difficulté à gérer un ensemble trop important de contraintes.

Les procédures utilisées par les classes s'étant engagées dans la recherche sont globalement des procédures par essais assez peu souvent organisés et relevant de démarches arithmétiques. Les rares démarches organisées sont peu productives, on ne voit ni tableau bien structurés, ni listes pertinentes (sauf en catégorie 10). On observe par ailleurs des procédures figuratives, où les élèves représentent les cuves par des barres de différentes tailles (y compris en catégorie 9). La plupart de ces copies donnent des solutions correctes en organisant des groupements. On reconnaît ainsi des procédures souvent utilisées dans les niveaux inférieurs et a contrario, même au niveau 8, 9 ou 10, n'apparaissent aucune procédure algébrique.

Il est à noter que pour les niveaux observés et pour les copies qui permettent l'analyse, la question de la proportionnalité ne pose pas de difficulté.

Exploitations didactiques

L'utilisation de ce problème en classe peut se faire avec des objectifs variés.

On peut tout d'abord le mettre en œuvre comme un problème de recherche sans objectifs vraiment notionnels mais en travaillant de façon principale les compétences transversales[1]. On cherche alors à développer autant des savoir-faire en résolution de problème qu'une attitude et un rapport aux mathématiques favorables à ces résolutions de problèmes.

On peut aussi viser des objectifs notionnels.

Deux semblent possibles :

- la mise en évidence d'un aspect fonctionnel, au sens où le nombre de cuves transportées dépend de trois variables (le nombre de trajet de chacun des tracteurs). On peut alors, lors de la synthèse après une recherche minimale, étudier l'ensemble des valeurs prises par la fonction (les variables sont ici entières et majorées) en organisant convenablement la recherche des images.
- Une introduction (ou réintroduction) de l'outil algébrique pour résoudre des problèmes de ce type. Compte tenu des résultats obtenus ici, l'outil algébrique n'est clairement pas disponible pour les élèves considérés, et il peut alors intervenir, après élaboration de solutions erronées ou partielles ou laborieuses, comme nouvel outil qui permet l'obtention de toutes les solutions plus efficacement. La situation se trouve alors être une situation-problème au sens de Régine Douady et doit permettre un nouvel apprentissage.

Dans tous les cas, quel que soit l'objectif, il est nécessaire que les élèves puissent réellement s'engager dans la résolution du problème et envisager ce qu'en est une solution.

[1] Pour les objectifs précis et la mise en œuvre on renvoie aux travaux de l'IREM de Lyon et à (Arsac et Mante 2007) et (Exprime 2010).

Pour cela, et puisque le cadre d'une situation de classe avec l'enseignant le permet, il s'avère nécessaire de faire un travail sur l'énoncé et son appropriation. Le vocabulaire et les formulations doivent être explicitées si nécessaire, les ambiguïtés levées, l'ensemble des contraintes mises en évidence et ceci afin que l'ensemble de la communauté de recherche soit d'accord sur le problème à résoudre.

Ceci étant réalisé, les productions déjà recueillies montrent que les élèves doivent pouvoir s'engager dans la recherche et produire des raisonnements qui pourront être exposés puis débattus. La diversité des pistes observées permet d'envisager la possibilité de synthèses diverses suivant les objectifs poursuivis. (voir la rubrique pour aller plus loin).

Pour aller plus loin

A. La situation

Comme il a été dit précédemment, les procédures mises en œuvre dans le cadre d'épreuves du rallye ne sont pas algébriques. Ceci n'empêche pas leur diversité et la finesse de certaines. Nous en présentons ici quelques-unes.

a. *Procédures utilisant des représentations et des essais figuratifs*

i. Une procédure figurative erronée : La figure 1 montre une représentation de la situation et une procédure rappelant au début celle d'une division. Lorsqu'il est impossible de poursuivre avec le tracteur A (sinon le tracteur C ne serait pas à pleine charge), on poursuit avec le tracteur C. Ici la contrainte sur le tracteur B est oubliée.

ii. Une procédure figurative : La figure 2 montre, en catégorie 8, une procédure incomplète mais qui permettra d'obtenir 3 solutions sur 4.

b. *Des élèves qui « réduisent le problème »*

i. Utilisation de l'information sur le nombre minimum de voyages : En dehors d'une erreur par la suite, mais qui ne portera pas à conséquence, ces élèves mettront en œuvre une démarche correcte et obtiendront deux solutions sur 4. Plus globalement, il est à noter que les élèves qui ont pris rapidement en compte le fait que chaque tracteur avait fait un voyage, ont globalement mieux réussis.

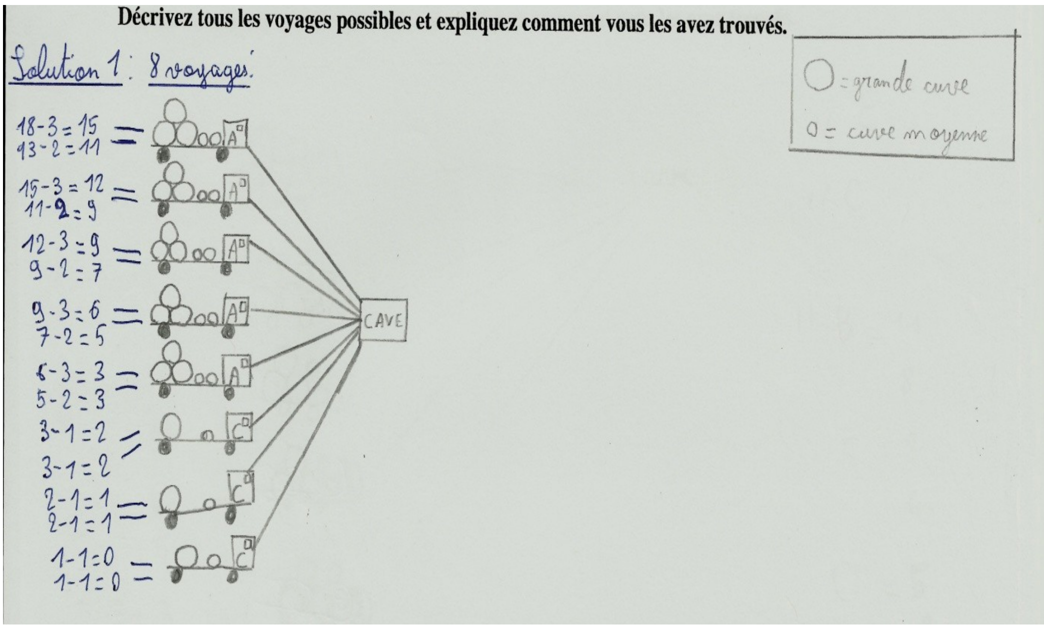
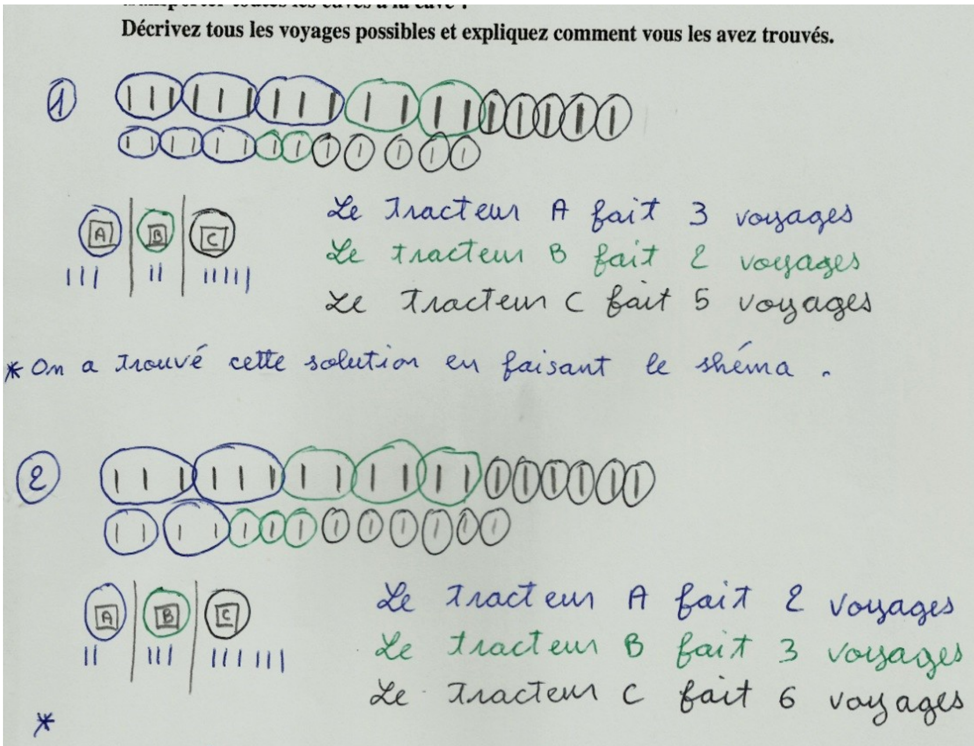


fig 1. Procédure a) i


Décrivez tous les voyages possibles et expliquez comment vous les avez trouvés.

①

Le Tracteur A fait 3 voyages
Le tracteur B fait 2 voyages
Le Tracteur C fait 5 voyages

* On a trouvé cette solution en faisant le shéma .

②

Le Tracteur A fait 2 Voyages
Le tracteur B fait 3 voyages
Le Tracteur C fait 6 voyages

*

fig 2. Procédure a) ii

- On sait que M. Brunello à utilisé au moin une fois tout les tracteurs. Donc, on additionne les charges des tracteurs A, B et C, ce qui donne donc :

$3+2+1=6$
$2+1+1=4$

Il reste alors 6 grandes cuves et 4 moyennes cuves à transporter.

$18-6=12$
$13-4=9$

Il reste 12 grandes cuves et 9 mayennes cuves à transporter .

Méthode n° ①.

grandes cuves:	moyennes cuves :
A = 3	2
B = 2	1
C = 1	1

- je calcule les grandes cuves :
$5\times1+2\times2+1\times3=5+4+3=12$.
$12-12=0$
Il a emmené toutes les grandes cuves .
- je calcule les moyennes cuves :
$5\times1+2\times1+1\times2=5+2+2=9$.
$9-9=0$
Il a emmené toutes les moyennes cuves .

fig 3. Procédure b) i

Bien entendu cela peut se comprendre dans le sens ou ceux qui ont produit ce premier raisonnement sont peut-être ceux qui se sont le mieux appropriés la situation mais il est aussi probable que cette « réduction » du problème, en réduisant la taille des nombres et donc le nombre de cas à étudier facilite l'organisation des essais et les raisonnements (figure 3).

ii. Considération des « équivalences » entre l'utilisation des tracteurs : La démarche permet alors d'obtenir facilement les autres solutions quand on en connaît une. L'exhaustivité de la démarche n'est pas toujours clairement explicitée (figure 4).

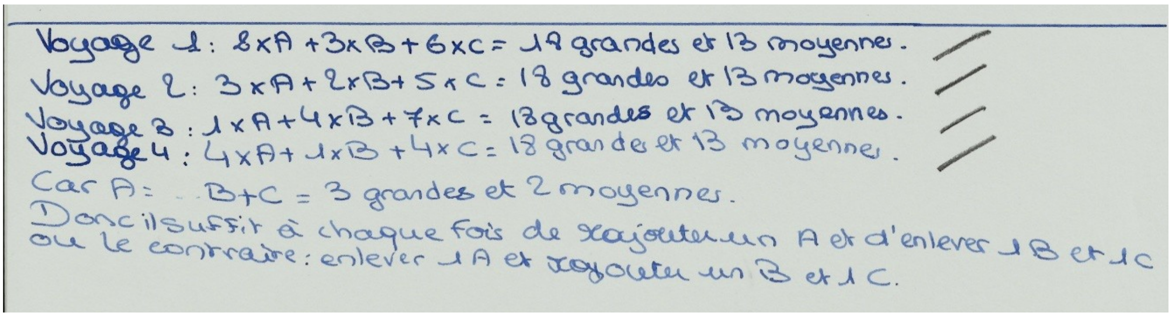

Voyage 1 : 8xA + 3xB + 6xC = 19 grandes et 13 moyennes.
Voyage 2 : 3xA + 2xB + 5xC = 18 grandes et 13 moyennes.
Voyage 3 : 1xA + 4xB + 7xC = 18 grandes et 13 moyennes.
Voyage 4 : 4xA + 1xB + 4xC = 18 grandes et 13 moyennes.
Car A = B+C = 3 grandes et 2 moyennes.
Donc il suffit à chaque fois de rajouter un A et d'enlever 1B et 1C ou le contraire : enlever 1A et rajouter un B et 1C.

fig 4. Procédure b) ii

c. *Répartition des cuves*

Les procédures rencontrées s'appuient ensuite essentiellement sur une répartition des cuves transportées soit par augmentation transport après transport pour arriver à 18 grandes cuves et 13 moyennes, soit par diminution (figure 5).

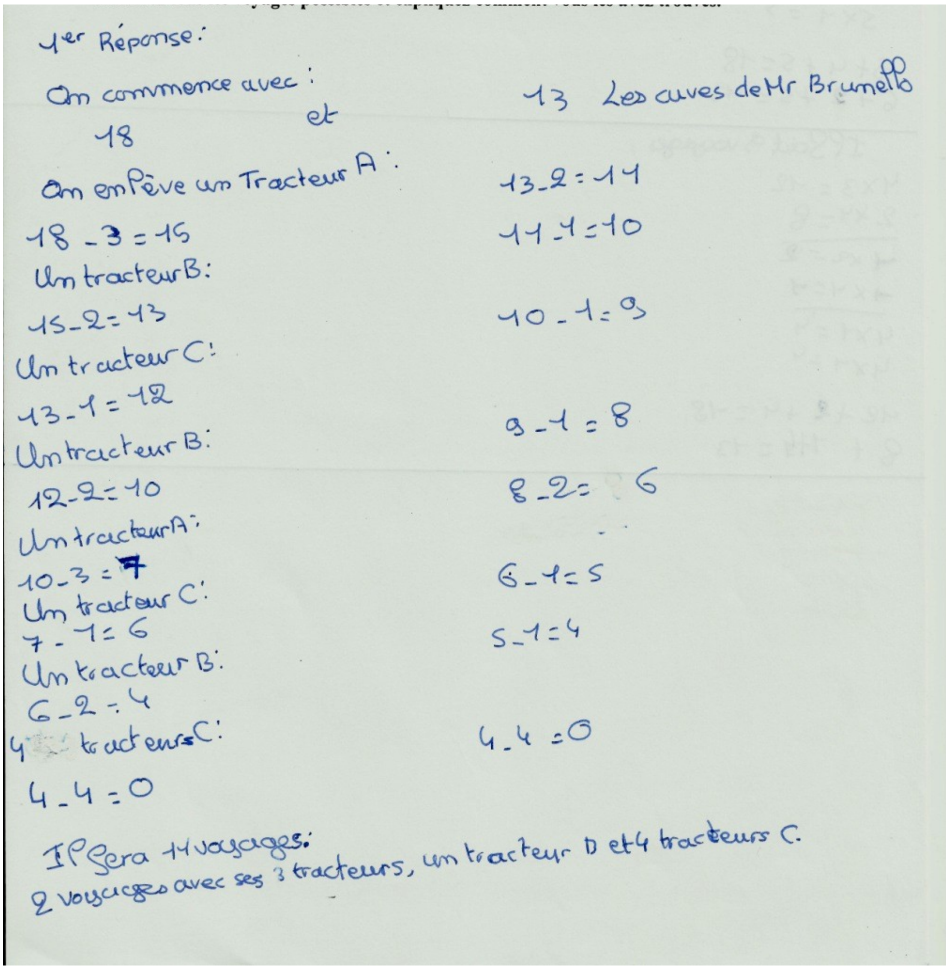

1er Réponse :
On commence avec : 18 et 13 Les cuves de Mr Brunetto
On enlève un Tracteur A :
18 - 3 = 15 13 - 2 = 11
Un tracteur B :
15 - 2 = 13 11 - 1 = 10
Un tracteur C :
13 - 1 = 12 10 - 1 = 9
Un tracteur B :
12 - 2 = 10 9 - 1 = 8
Un tracteur A :
10 - 3 = 7 8 - 2 = 6
Un tracteur C :
7 - 1 = 6 6 - 1 = 5
Un tracteur B :
6 - 2 = 4 5 - 1 = 4
4 tracteurs C :
4 - 4 = 0 4 - 4 = 0
Il fera 11 voyages :
2 voyages avec ses 3 tracteurs, un tracteur D et 4 tracteurs C.

fig 5. Procédure c)

De façon générale après les premières étapes de calcul, les élèves proposent un ajustement qui permet de respecter les contraintes pour les derniers voyages mais l'ajustement est rarement explicité.

d. *Apparition de l'idée de fonctions*

On peut également observer en catégorie 9 des écritures laissant apparaître une idée de fonctions de la variable (grande cuve, moyenne cuve), mais la justification des solutions reste inégale (figure 6).

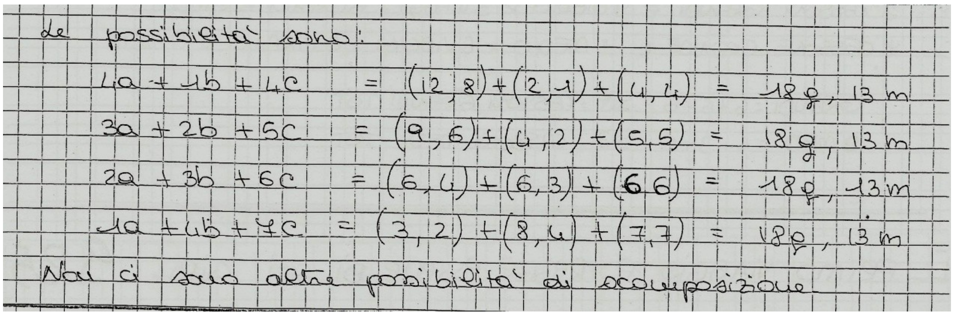

Le possibilità sono:
4a + 1b + 4c = (12,8) + (2,1) + (4,4) = 18 g, 13 m
3a + 2b + 5c = (9,6) + (4,2) + (5,5) = 18 g, 13 m
2a + 3b + 6c = (6,4) + (6,3) + (6 6) = 18 g, 13 m
1a + 4b + 7c = (3,2) + (8,4) + (7,7) = 18 g, 13 m
Non ci sono altre possibilità di accoppiazione

fig 6. Procédure d)

e. *Exhaustivité*

Il faut attendre la catégorie 10 pour obtenir les premières justifications de l'exhaustivité des solutions obtenues. Par exemple : « Abbiamo proceduto per tentativi dando alla A un valore crescente e calcolando il numero restante di trattori ».

Les figures 7, 8 fournissent aussi des exemples. La figure 9 présente un raisonnement plus convaincant.

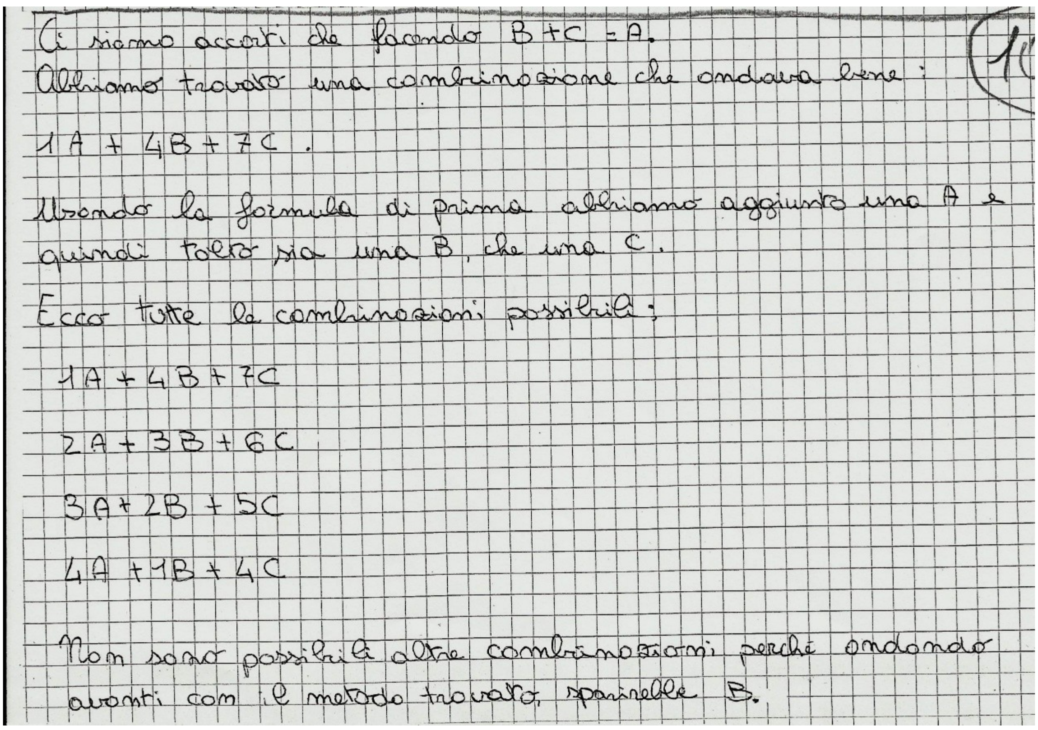
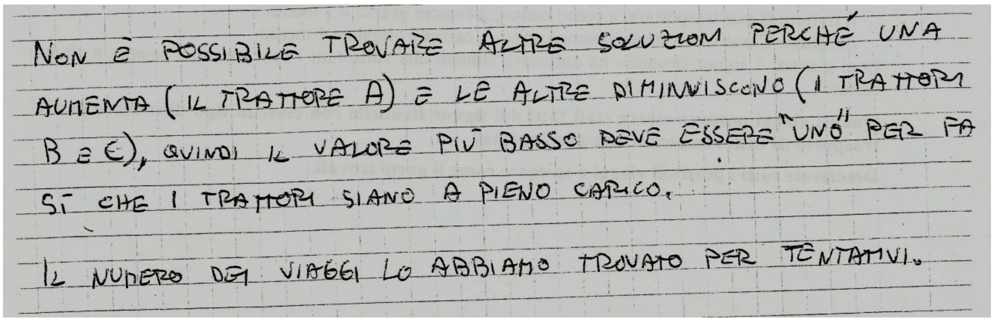
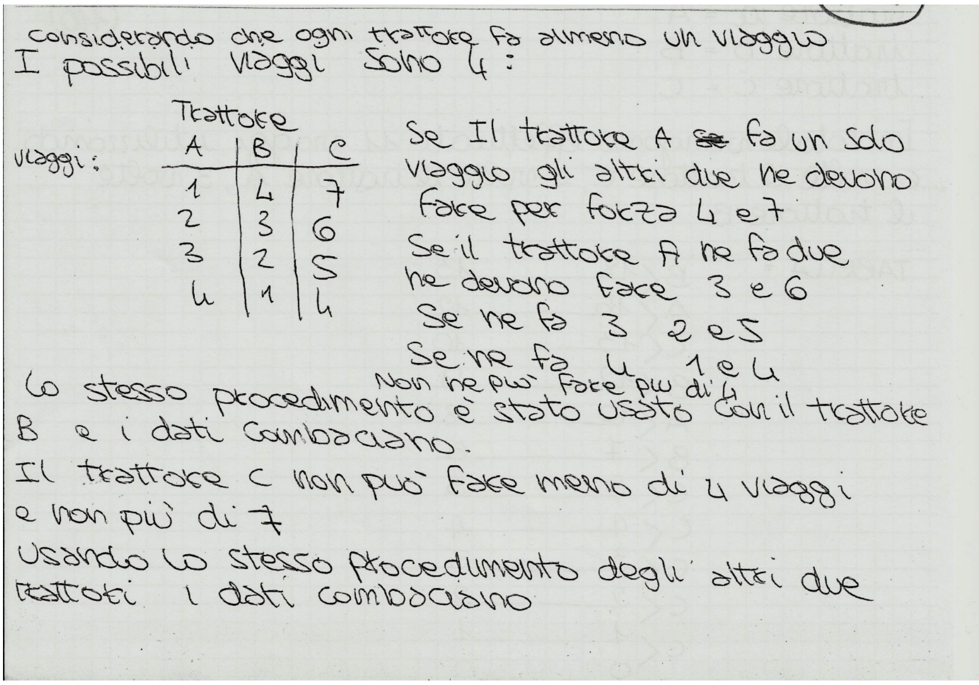

Ci siamo accorti che facendo B + C = A.
Abbiamo trovato una combinazione che andava bene:
1A + 4B + 7C .
Usando la formula di prima abbiamo aggiunto una A e quindi tolto sia una B, che una C.
Ecco tutte le combinazioni possibili:
1A + 4B + 7C
2A + 3B + 6C
3A + 2B + 5C
4A + 1B + 4C
Non sono possibili altre combinazioni perché andando avanti con il metodo trovato, sparirebbe B.

fig 7. Procédure e)


NON È POSSIBILE TROVARE ALTRE SOLUZIONI PERCHÉ UNA AUMENTA (IL TRATTORE A) E LE ALTRE DIMINUISCONO (I TRATTORI B E C), QUINDI IL VALORE PIÙ BASSO DEVE ESSERE "UNO" PER FA SÌ CHE I TRATTORI SIANO A PIENO CARICO.

IL NUMERO DEI VIAGGI LO ABBIAMO TROVATO PER TENTATIVI.

fig 8. Procédure e)


considerando che ogni trattore fa almeno un viaggio
I possibili viaggi sono 4:

Trattore

viaggi:	A	B	C
	1	4	7
	2	3	6
	3	2	5
	4	1	4

Se Il trattore A ~~se~~ fa un solo viaggio gli altri due ne devono fare per forza 4 e 7
Se il trattore A ne fa due ne devono fare 3 e 6
Se ne fa 3 2 e 5
Se ne fa 4 1 e 4
Non ne può fare più di 4
Lo stesso procedimento è stato usato con il trattore B e i dati combaciano.
Il trattore C non può fare meno di 4 viaggi e non più di 7
Usando lo stesso procedimento degli altri due trattori i dati combaciano

fig 9. Procédure e)

B. Une situation similaire.

On peut croiser les éléments obtenus par cette étude avec ceux qu'a publiés Patrick Gibel. Il a proposé dans ses travaux de recherche en didactique des mathématiques une situation s'appuyant sur un problème mathématique proche. Il s'agit de la situation « ski à Gourette ». Le contexte proposé est celui d'une sortie de ski et de l'étude du coût des forfaits. Cette situation était proposée en CM2 (Brousseau, Gibel 2002, Gibel 2007).

Énoncé du problème :

Une journée de ski à Gourette est organisée samedi pour les élèves du canton d'Oloron. Le conseil général décide pour cet événement exceptionnel de leur offrir les forfaits pour la journée. La station de Gourette propose les tarifs suivants : 216 forfaits : 1275 F ; 36 forfaits : 325 F ; 6 forfaits : 85 F

979 enfants sont inscrits, mais au moment du départ, il y 12 absents, malades bien sûr.

Le comptable du Conseil Général se dit « Dommage pour ces petits, mais ce n'est pas grave : et puis la dépense sera moins élevée ». Qu'en penses-tu ?

Sous la forme proposée il s'agit d'un problème d'optimisation linéaire mais on retrouve de nombreuses caractéristiques du problème 14-II, 14, dont le fait de devoir gérer une fonction de trois variables, ce qui interdit toute représentation dans l'espace plan (et exclut les méthodes graphiques) et complique nettement l'utilisation de tableaux (qui ne sont plus à deux entrées !).

Il est de plus clair que ce problème présente aussi de nombreuses difficultés qui sont pour certaines incontournables, et par exemple :

- comprendre la référence sociale et commerciale de la situation ;
- identifier les grandeurs en jeu et repérer celles qui sont en relation de proportionnalité ;
- percevoir en particulier que, pour chaque tarif, le nombre de lots est proportionnel au prix à payer mais qu'il n'y a pas, sous la contrainte implicite de minimisation des coûts, proportionnalité entre nombre de forfaits et prix à payer ;
- comprendre que pour répondre à la question il est nécessaire de calculer deux coûts minimaux (qu'il faudra savoir déterminer) et de les comparer.

Patrick Gibel a expérimenté et rendu compte dans le détail de cette l'expérimentation (Gibel 2007). Il est à alors à noter que :

- L'énoncé ne permet pas aux élèves de déterminer la situation objective. L'implicite de l'énoncé sur la non proportionnalité est rarement levé, nombreux sont les groupes qui élaborent des modèles erronés.
- La dévolution est difficile. Les élèves ne s'approprient pas suffisamment le problème pour en percevoir tous les enjeux. L'aspect optimisation est mal été compris par une grande partie d'entre eux.
- Ce n'est pas tant au niveau technique calculatoire qu'au niveau du raisonnement que les difficultés apparaissent. Une dévolution différente semble donc nécessaire pour entrer dans la complexité de la situation.

Dans son article, (Gibel 2007), l'auteur relève que les échanges après recherche sont difficiles et que les arguments sont plus souvent de l'ordre rhétorique que sémantique. Il présente des conclusions claires et explicite plusieurs raisons pour lesquelles l'expérimentation a été un échec pour une grande partie des élèves, et en particulier :

> *"The study shows that although the students, faced with a problem situation elaborated and conducted by the teacher, have certainly produced forms of reasoning, they have not made much progress in their practice of reasoning. Indeed, they have not reflected back on their reasoning, on its validity, relevance or adequacy because the teacher was not able to process it. He could not respond to this reasoning by logical arguments based on the objective situation; he was forced to use rhetorical means. Now, it is not the complexity of the students' reasoning that forced the teacher to use this type of means but the fact that the problem situation could not be devolved to the students. This implies that it is not the teacher's management of the whole class presentation and discussion of the students' work that is challenged here, but rather the nature itself of the situation set up by the teacher, which strongly constrains the possibilities of really taking into account the students' reasoning."*[1]

et encore :

[1] L'étude montre que, bien que les élèves, confrontés à une situation problématique élaborée et menée par l'enseignant, aient certainement produit des formes de raisonnement, ils n'ont pas fait beaucoup de progrès dans leur pratique du raisonnement. En effet, ils ne sont pas revenu sur leur raisonnement, sur sa validité, sa pertinence ou son adéquation parce que l'enseignant n'a pas été en mesure de le permettre. Il ne pouvait pas répondre à ce raisonnement par des arguments logiques basés sur la situation objective, il a été forcé d'utiliser des moyens rhétoriques. Et, ce n'est pas la complexité du raisonnement des élèves qui a forcé l'enseignant à utiliser ce type de moyens, mais le fait que la situation ne peut être dévolue aux élèves. Cela implique que ce n'est pas la gestion de l'enseignant, la présentation en classe entière et la discussion des travaux des élèves qui est contestée ici, mais plutôt la nature même de la situation créée par l'enseignant, qui limite fortement les possibilités de prendre véritablement en compte les raisonnements des élèves.

> "*If a situation provides the teacher with the possibility of devolving to the students an "autonomous" (or "self-contained") situation of action, then, according to the theory of didactical situations in mathematics, during the phase of analysis of students' solutions the teacher can refer to the objective situation. This is because the students can develop their personal strategies and forms of reasoning related to the situations with which they are confronted. The teacher does not have to have recourse to rhetorical didactical means to process students' forms of reasoning"*.[1]

On retrouve ainsi une même difficulté à entrer dans la signification de la situation objective. Cette difficulté ne peut être dépassée par de simples effets rhétoriques que l'enseignant pourrait mettre en œuvre. Il s'agit donc dans les deux cas de concevoir un dispositif qui permette une véritable appropriation et une entrée dans la signification.

On peut alors conclure sur la nécessité de proposer des problèmes de recherche qui permettent une véritable dévolution et pour lesquels il peut être fait référence à un milieu objectif qui donne tout son sens à la situation et aux échanges qui pourront s'instaurer. Et au-delà du problème mathématique proposé, la réflexion sur le dispositif didactique à mettre en place en fonction des élèves concernés et des savoirs visés reste une étape fondamentale.

Bibliographie

Arsac, G. et Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Scéren CRDP de Lyon.

Brousseau, G. & Gibel, P. (2002), Influence des conditions didactiques sur l'apparition, l'usage et l'apprentissage des raisonnements en classe, dans *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques,* ARDM et IREM Paris 7.

EXPRIME (2010). *Expérimenter des problèmes innovant en mathématiques à l'école*. Cédérom INRP

Gibel, P. (2007) Analysis of the teachers's arguments used in the didactical management of a problem solving situation, CERME 5.

[1] Si une situation fournit à l'enseignant la possibilité de dévoluer aux élèves une situation «autonome» d'action, alors, selon la théorie des situations didactiques en mathématiques, pendant la phase d'analyse des solutions des élèves, l'enseignant peut se référer à la situation objective. Cela est, parce que les élèves peuvent développer leurs stratégies personnelles et des formes de raisonnement liées aux situations auxquelles ils sont confrontés. L'enseignant n'a pas à avoir recours à des moyens rhétoriques didactiques pour traiter les formes de raisonnement des élèves.