# Les grilles (B)

## Identification

Rallye : 25.I.06 ; catégories : 4, 5, 6
Domaines : FN, OPN ; familles : DCP, MUL, SF,
Code : op88-fr ; statut : 2

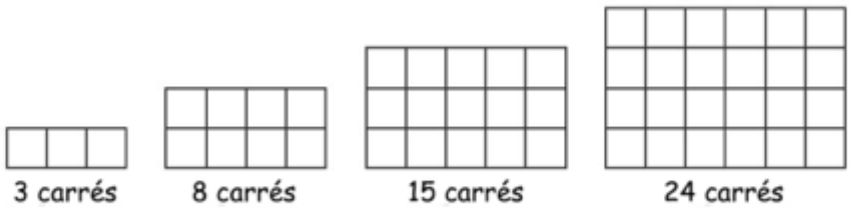
## Résumé

Dans une suite de grilles dont les quatre premières sont dessinées (1 × 3 ; 2 × 4 ; 3 × 5 ; 4 × 6 ) et le nombre de carreaux indiqué (3 ; 8 ; 15 ; 24), vérifier s'il est possible de trouver des grilles de 112 et 224 carreaux.

## Énoncé

Asmine dessine une suite de grilles selon cette règle : pour chaque nouvelle grille elle ajoute une rangée et une colonne de carrés à la grille précédente.

Voici les quatre grilles qu'elle a déjà dessinées :




**En continuant à construire des grilles en respectant la même règle, pourra-t-elle construire une grille avec exactement 112 carrés ?**

**Et une grille avec exactement 224 ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

## Tâche de résolution et savoirs mobilisés

*Analyse a priori de la tâche*

- Observer les grilles déjà dessinées et comprendre la règle de construction.

- Essayer de dessiner d'autres grilles en ajoutant toujours une rangée et une colonne de carrés pour voir si on réussit à obtenir celles avec le nombre de carrés indiqués.

- Dénombrer à chaque dessin tous les carrés ou en calculer le nombre et constater qu'on ne peut pas faire une grille avec 112 carrés, mais que c'est possible avec 224 carrés et trouver ainsi la réponse. Cette procédure est longue et fastidieuse, mais pas impossible.

Ou, observer les régularités qu'on retrouve d'une grille à l'autre. Noter par exemple que la différence des nombres de carrés entre la longueur et la largeur est toujours de 2, (3 – 1 ; 4 – 2 ; 5 – 3 ; 6 – 4 ; …), ou que pour passer d'une grille à l'autre longueur et largeur augmentent chacune de 1. A partir de ce constat, effectuer une série de multiplications dans lesquelles la différence entre les deux facteurs est de 2 et voir si parmi les résultats obtenus figurent les nombres cherchés : 7 x 5 = 35 ; 8 x 6 = 48 ; 9 x 7 = 63 ; 10 x 8 = 80 ; 11 x 9 = 99 ; 12 x 10 = 120 ; … ; 16 x 14 = 224. Constater que le nombre 112 n'apparait pas, alors que 224 apparait.

Ou, observer à partir de la première grille que les nombres de carrés des grilles successives s'obtiennent en ajoutant 5, 7, 9, 11, ... carrés au nombre de carrés de la grille précédente : 3 + 5 = 8 ; 8 + 7 = 15 ; 15 + 9 = 24. Les nombres (5, 7, 9, 11) représentent les différences entre le nombre de carrés d'une grille et le nombre de carrés de la grille précédente. Construire éventuellement d'autres grilles pour vérifier que la différence augment à chaque fois de 2. A partir de ce constat, effectuer une série d'additions en partant du dernier nombre de carrés indiqué dans les exemples auquel il faut ajouter 11. Continuer ainsi, et vérifier si parmi les nombres obtenus figurent ceux recherchés : 24 + 11 = 35 ; 35 + 13 = 48 ; 48 + 15 = 63 ; … ; 80 + 19 = 99 ; 99 + 21 = 120 ; … ; 195 + 29 = 224.

Conclure qu'on ne peut pas construire une grille avec 112 carrés, mais que c'est possible avec 224 carrés.

## Mots-clés

nombre naturel, addition, somme, multiplication, produit, terme, suite, progression, fonction du second degré, vérification

## Résultats

Points attribués, sur 3209 classes issues de 20 sections :

25.I.06

| Points attribués | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | Nb. classes | moyenne |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cat 4** | 331 (38%) | 119 (14%) | 102 (12%) | 94 (11%) | 230 (26%) | 876 | 1.74 |
| **Cat 5** | 258 (28%) | 109 (12%) | 124 (13%) | 115 (12%) | 329 (35%) | 935 | 2.16 |
| **Cat 6** | 387 (28%) | 123 (9%) | 192 (14%) | 199 (14%) | 497 (36%) | 1398 | 2.21 |
| **Total** | 976 (30%) | 351 (11%) | 418 (13%) | 408 (13%) | 1056 (33%) | 3209 | 2.07 |

Selon les critères déterminés lors de l'analyse a priori :

- **4 points** : Réponse correcte (non pour 112, oui pour 224) avec des explications claires et complètes (dessins, détails des calculs effectués, observations commentées des grilles...) qui permettent de comprendre la procédure utilisée
- **3 points** : Réponse correcte avec des explications incomplètes ou peu claires (absence de quelques calculs, de quelques étapes, commentaires sommaires pas suffisamment explicites, …)
- **2 points** : Les deux réponses correctes sans explications OU une seule réponse correcte (l'autre erronée suite à une erreur de calcul ou de dénombrement) avec des explications qui permettent de comprendre la procédure utilisée
- **1 point** : Les deux réponses sont erronées suite à des erreurs de calcul, mais la procédure utilisée est correcte OU une des deux réponses est correcte et bien expliquée et l'autre est erronée suite à une erreur de raisonnement (par exemple, comme ce n'est pas possible de construire une grille avec 112 carrés on en déduit qu'il n'est pas possible d'en construire une avec 224 carrés car 224 est le double de 112).
- **0 point** : Incompréhension du problème

Ce problème est une variante de Grilles (A) avec des modifications mineures. Les moyennes de point obtenue, pour les catégories correspondantes, sont très proches.

## Procédures, obstacles et erreurs relevés

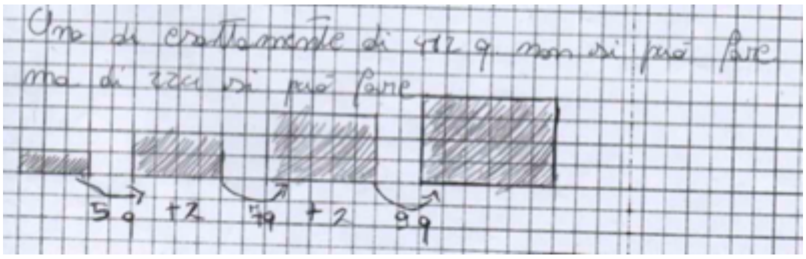
Les exemples en italien qui suivent pour les catégories 4, 5 proviennent de la section de Parma et de Milano pour la catégorie 6. Les exemples de copies en français de catégorie 6 viennent de la section de Franche-Comté.

Deux types de procédures apparaissent dans les copies :

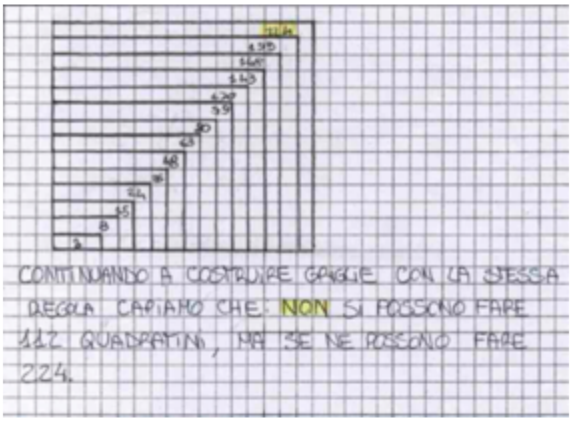
- une procédure graphique qui présente une succession de grilles jusqu'à celle qui contient 224 carrés, dans deux présentations possibles : soit des grilles séparées, soit des grilles incluses les unes dans les autres,
- une description du passage d'une grille à la suivante présentant une suite numérique de dénombrement des nombres de carreaux comptés soit en largeur, soit en longueur, soit en aire.

## Exploitations didactiques

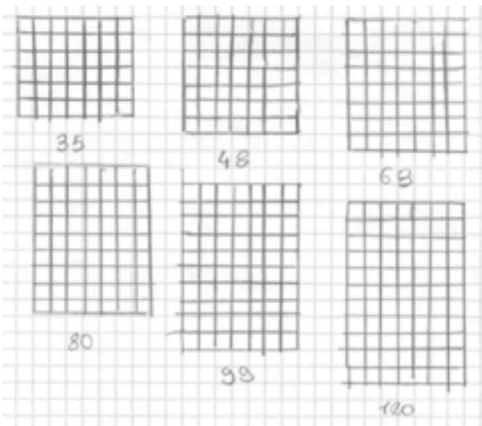
L'analyse des copies a montré l'évolution de l'argumentation que les élèves présentent dans leurs explications, en fonction de leurs niveaux scolaires.
Les représentations graphiques que nous avons trouvé dans les trois les catégories montrent quelques suites de grilles séparées :
MI06051




ou incluses l'une dans l'autre
MI06099

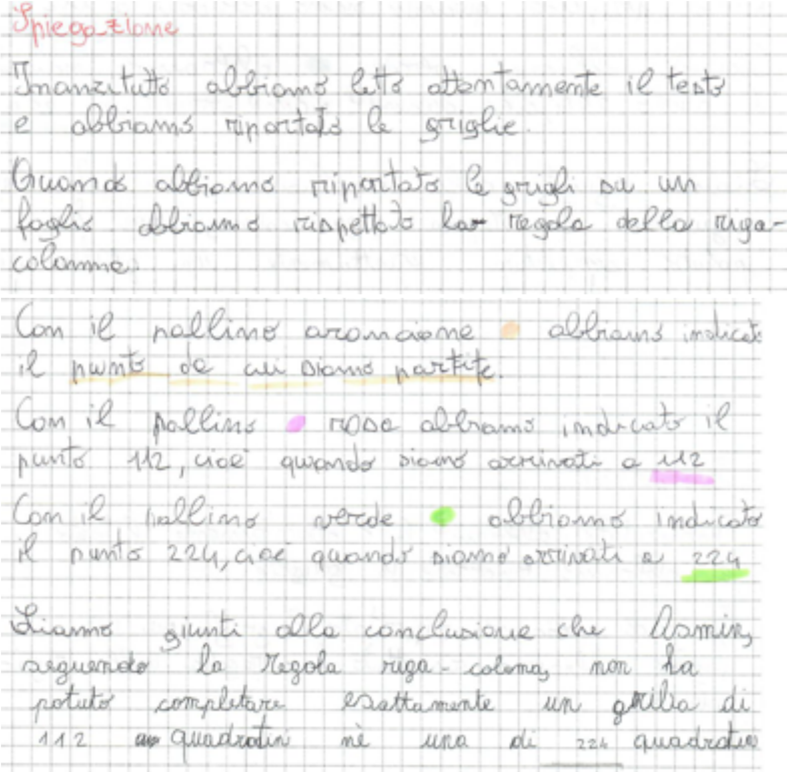


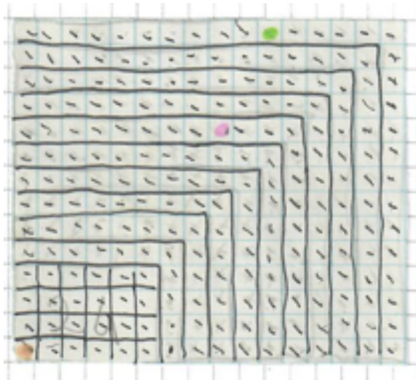

La seconde représentation est plus efficace et économique en termes de place; il y a en outre un risque plus petit d'erreur :
PR4035



même si le comptage des carreaux peut introduire quelques difficultés :

(PR5106)

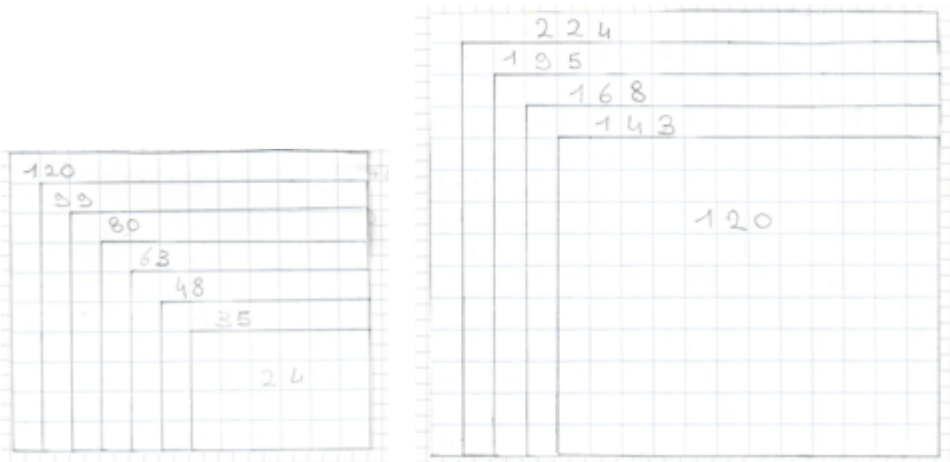

Spiegazione
Innanzitutto abbiamo letto attentamente il testo e abbiamo riportato le griglie.
Quando abbiamo riportato le grigli su un foglio abbiamo rispettato la regola della riga-colonna.
Con il pallino arancione abbiamo indicato il punto da cui siamo partite.
Con il pallino rosa abbiamo indicato il punto 112, cioè quando siamo arrivati a 112
Con il pallino verde abbiamo indicato il punto 224, cioè quando siamo arrivati a 224
Siamo giunti alla conclusione che Asmin, seguendo la regola riga-colonna, non ha potuto completare esattamente un griglia di 112 quadratini nè una di 224 quadratini

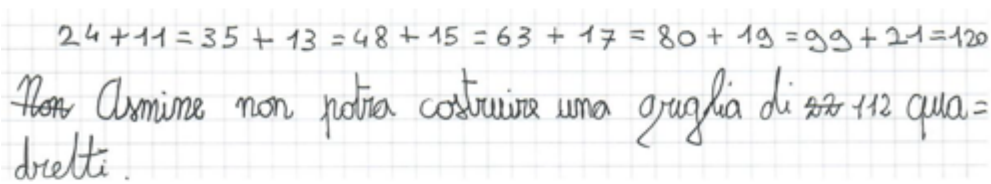


## Copies de catégorie 4

Même dans les bonnes copies de ce niveau 4, la stratégie graphique prédomine. Généralement, les élèves réalisent les dessins et comptent les cases dans les grilles rectangulaires. Dans la plupart des cas, la procédure est indiquée sans commentaires, avec parfois des calculs successifs :

PR4013





24 + 11 = 35 + 13 = 48 + 15 = 63 + 17 = 80 + 19 = 99 + 21 = 120
~~Non~~ Asmine non potra costruire una griglia di ~~22~~ 112 qua= dretti.

Dans cette catégorie, quelques élèves réussissent à découvrir une régularité et à faire un commentaire pertinent : (PR4022)

RAGIONAMENTO: ABBIAMO RIDISEGNATO LE 4 GRIGLIE * POI CI SIAMO ACCORTI CHE TRA LE GRIGLIE C'É UN RAPPORTO TRA I NUMERI * POI ABBIAMO ~~E ADDE~~

FATTO DELLE OPERAZIONI ~~FRA~~ FINO AD ARRIVARE AL NUMERO 224 : ~~PERÒ IL NUMERO 112~~

(3 × 2) + 2 = 6 + 2

BASE NUMERO DELLE RIGHE

(4 × 3) + 3 = 12 + 3 = 15

(5 × 4) + 4 = 20 + 4 = 24

(6 × 5) + 5 = 30 + 5 = 35

(7 × 6) + 6 = 42 + 6 = 48

(8 × 7) + 7 = 56 + 7 = 63

(9 × 8) + 8 = 72 + 8 = 80

(10 × 9) + 9 = 90 + 9 = 99

(11 × 10) + 10 = 110 + 10 = 120

112 NON C'È

(12 × 11) + 11 = 132 + 11 = 143

(13 × 12) + 12 = 156 + 12 = 168

(14 × 13) + 13 = 182 + 13 = 195

(15 × 14) + 14 = 210 + 14 = 224 LO ABBIAMO TROVATO

POI CI SIAMO RESI CONTO CHE IL NUMERO 112 LO ABBIAMO SUPERATO MA IL NUMERO 224 L'ABBIAMO TROVATO

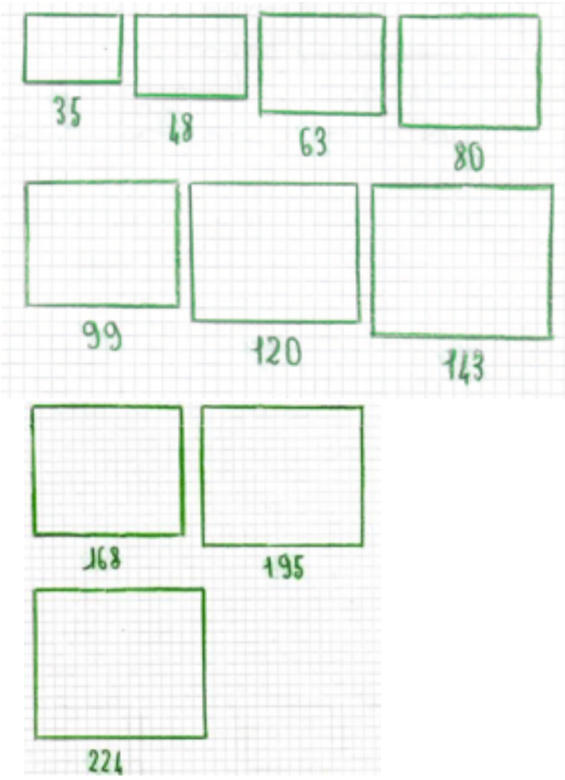
PR4027

4 × 6 = 24
5 × 7 = 35
6 × 8 = 48
7 × 9 = 63
8 × 10 = 80
9 × 11 = 99
10 × 12 = 120
11 × 13 = 143
12 × 14 = 168
13 × 15 = 195
14 × 16 = 224

ABBIAMO LETTO IL PROBLEMA E ABBIAMO CAPITO CHE DOVEVAMO AGGIUNGERE UNA COLONNA E UNA RIGA, AL POSTO DI CONTINUARE A FARE IL DISEGNO ABBIAMO FATTO LE OPERAZIONI: 4X6=24 CHE ERA L'ULTIMA GRIGLIA CHE HA FATTO ASMINE, 5X7=35, 6X8=48, 7X9=63, 8X10=80, 9X11=99, 10X12=120 E ARRIVANDO A QUESTO NUMERO ABBIAMO CAPITO CHE ASMINE, NON POTEVA FARE UNA GRIGLIA CON, PRECISI 112 QUADRETTI E ABBIAMO GIÀ RISPOSTO ALLA PRIMA DOMANDA. SIAMO ANDATI AVANTI FACENDO LE OPERAZIONI: 11X13=143, 12X14=168, 13X15=195 E 14X16=224 E INFATTI ARRIVANDO A QUESTO NUMERO ABBIAMO CAPITO CHE ASMIN PUÒ DISEGNARE UNA GRIGLIA CON 224 QUADRETTI PRECISI E ABBIAMO RISPOSTO ALLA SECONDA DOMANDA.

IN CONCLUSIONE SIAMO RIUSCITI A RISPONDERE A TUTTE E DUE LE DOMANDE: ASMIN NON PUÒ COSTRUIRE UNA GRIGLIA DA 112 QUADRETTI MA PUÒ COSTRUIRNE UNA DA 224.

Une copie présente un dessin et une verbalisation très simple du raisonnement :
(PR4012)




Noi abbiamo capito che per ogni quadrato dovevamo aggiungere una riga e una colonna di quadretti. Continuando con la sequenza abbiamo visto che passando da un quadrato di 99 cm² abbiamo oltrepassato il numero 112, perché siamo arrivati al numero 120. Proseguendo con i quadrati siamo arrivati al quadrato di 224 cm². Armine in tutto dovrà disegnare 14 griglie fino a formare la griglia di 224 quadretti, perché non può disegnare la griglia di 112 quadretti.

Deux exemples de calculs faits "au hasard" :

PR4039

3X8=24
24X2=48
48X2=96
96+15=111
111+1=112
112+112=224

RISPOSTA
POTRÀ COSTRUIRE UNA GRIGLIA DI ESATTAMENTE 112 QUADRATINI E 224.

SPIEGAZIONE
PER ARRIVARE ALLA SOLUZIONE, ABBIAMO FATTO TANTE MOLTIPLICAZIONI E ADDIZIONI. SIAMO ARRIVATI ALLA SOLUZIONE CHE LEI POTRÀ USARE 224 QUADRETTI.

PR4049.

IN RIGA
3+8+15+24+31+41+50+60+71+82+93+104+115+126+137+148+159+170+181+192+203=2143

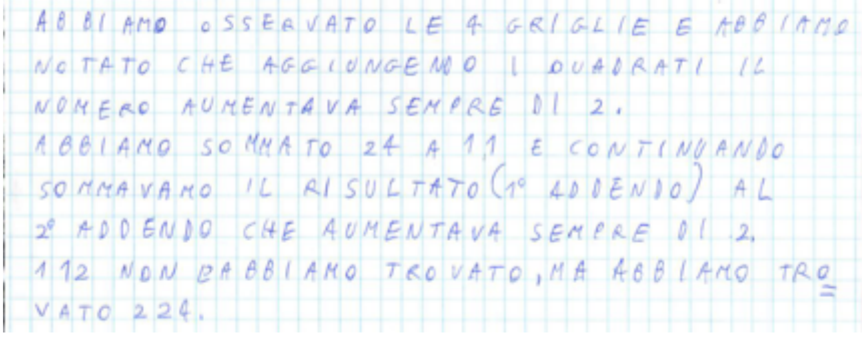
INCOLONNA
3+
8+
15+
24+
31+
41+
50+
60+
71+
82+
93+
104+
115+
126+
137+
148+
159+
170+
181+
192+
203=
2143

RISPOSTA
non può costruire una griglia da 112 e né da 224

VERBALIZZAZIONE
Noi siamo riusciti a ragionare la somma dei quadrati.

Dans quelques cas (rares en cat. 4), on trouve des explications verbales, parfois jugées incomplètes par les correcteurs. La copie suivante présente cependant un raisonnement correct mais inachevé :

PR4003

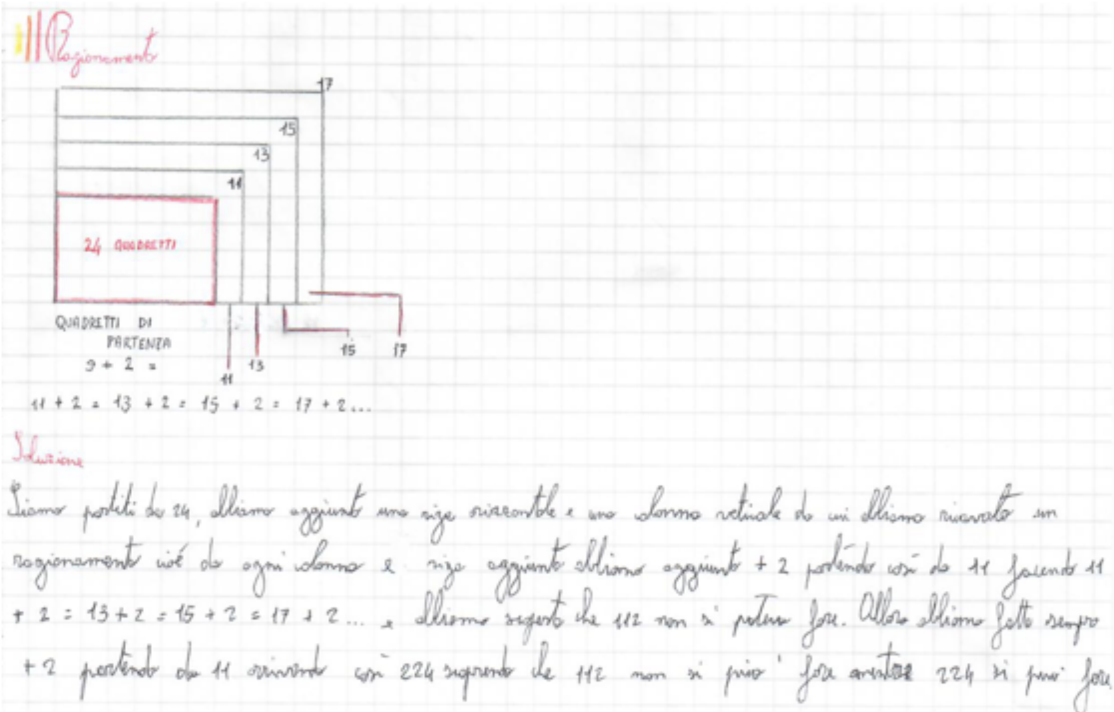


ABBIAMO OSSERVATO LE 4 GRIGLIE E ABBIAMO NOTATO CHE AGGIUNGENDO I QUADRATI IL NUMERO AUMENTAVA SEMPRE DI 2.
ABBIAMO SOMMATO 24 A 11 E CONTINUANDO SOMMAVAMO IL RISULTATO (1° ADDENDO) AL 2° ADDENDO CHE AUMENTAVA SEMPRE DI 2.
112 NON L'ABBIAMO TROVATO, MA ABBIAMO TRO= VATO 224.

## Categorie 5

Dans cette catégorie, les explications verbales apparaissent plus détaillées, souvent accolées aux dessins des grilles, avec une coordination plus précise entre les deux représentations. Au moins deux types d'explications commencent à se présenter : description avec graphique (PR 5014) et explication procédurale avec les calculs (PR 5002 et PR 5073).

PR 5014

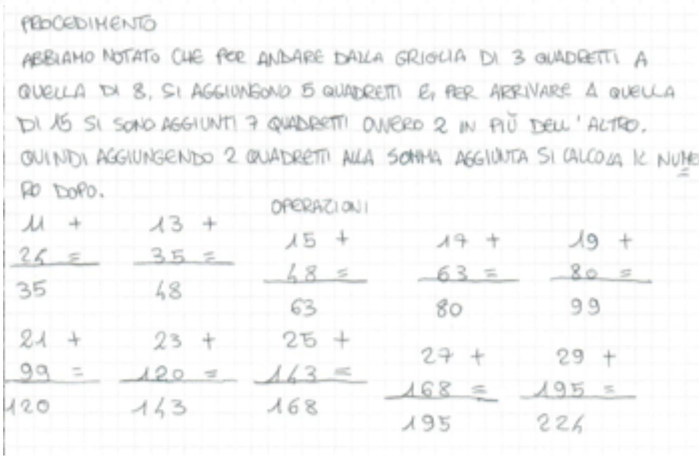




Soluzione

Siamo partiti da 24, abbiamo aggiunto una riga orizzontale e una colonna verticale da cui abbiamo ricavato un ragionamento cioè da ogni colonna e riga aggiunta abbiamo aggiunto + 2 partendo così da 11 facendo 11 + 2 = 13 + 2 = 15 + 2 = 17 + 2 ... e abbiamo scoperto che 112 non si poteva fare. Allora abbiamo fatto sempre + 2 partendo da 11 arrivando così 224 scoprendo che 112 non si può fare mentre 224 si può fare

PR5002,



PROCEDIMENTO

ABBIAMO NOTATO CHE PER ANDARE DALLA GRIGLIA DI 3 QUADRETTI A QUELLA DI 8, SI AGGIUNGONO 5 QUADRETTI E, PER ARRIVARE A QUELLA DI 15 SI SONO AGGIUNTI 7 QUADRETTI OVVERO 2 IN PIÙ DELL'ALTRO. QUINDI AGGIUNGENDO 2 QUADRETTI ALLA SOMMA AGGIUNTA SI CALCOLA IL NUME= RO DOPO.

OPERAZIONI

11 + 24 = 35
13 + 35 = 48
15 + 48 = 63
17 + 63 = 80
19 + 80 = 99
21 + 99 = 120
23 + 120 = 143
25 + 143 = 168
27 + 168 = 195
29 + 195 = 224

PR 5073

dati

4 griglie alla partenza
devi sommare 1 in altez=
za e 1 in larghezza

cercò

?riesci a creare una
griglia di 112 quad=
retti
?riesci a creare un

24 + 4 = 28 quadrato 4 | 28 + 7 = 35 quadrato 3 | 35 + 5 = 40 + 8 = 48 quadrato 6 | 54 + 6 = 54 + 9 = 63 quadrato 7

63 + 7 = 70 + 10 = 80 quadrato 8 | 80 + 8 = 88 + 11 = 99 quadrato 9 | 99 + 9 = 108 + 12 = 120 quadrato 10

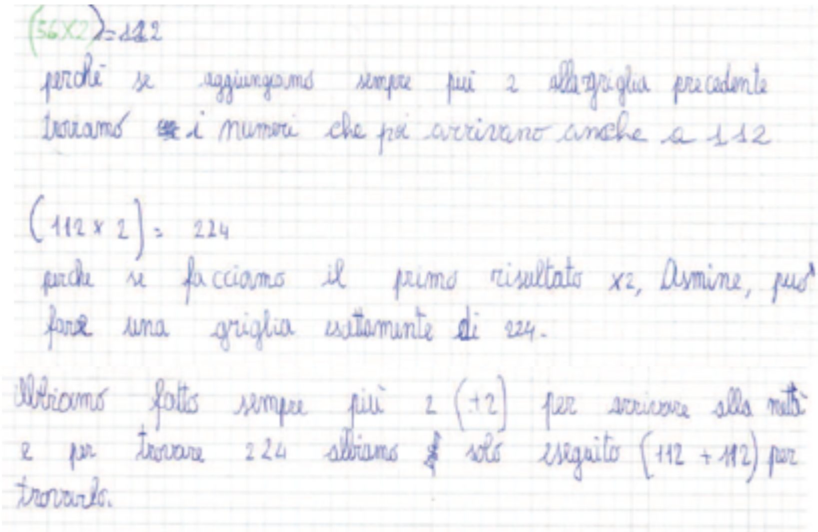
120 + 10 = 130 + 13 = 143 quadrato 11 | 143 + 11 = 154 + 14 = 168 quadrato 12 | 168 +

12 = 180 + 15 = 195 quadrato 13 | 195 + 13 = 208 + 16 = 224 quadrato 14

Risposta: potrà costruire solo quella da 224 quadra=
ti

Ragionamento: abbiamo aggiunto nel quarto 4 che
è l'altezza e 7 che rappresenta la linea orizzonta
le e quella che di incrocio con quella vertical (1q.)
dopo abbiamo aggiunto 1 quadrato ai 2 fattori e poi
siamo arrivato alla conclusione

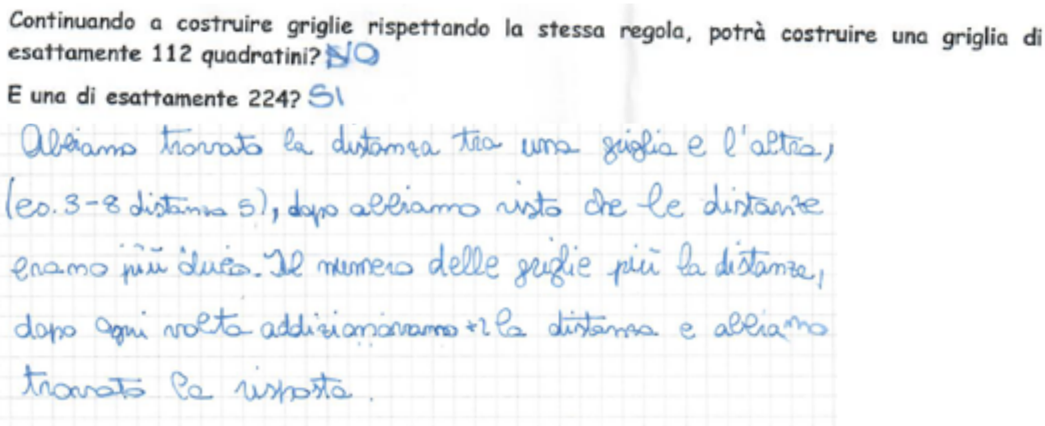
Dans cette copie, on trouve une erreur de calcul due à l'opération x2 ou :2, peut-être induite par la phrase de l'énoncé : "elle ajoute une rangée et une colonne…".
PR 5094


(56x2)=112
perché se aggiungiamo sempre più 2 alla griglia precedente troviamo i numeri che poi arrivano anche a 112

(112 x 2) = 224
perché se facciamo il primo risultato x2, Ismine, può fare una griglia esattamente di 224.

Abbiamo fatto sempre più 2 (+2) per arrivare alla metà e per trovare 224 abbiamo solo eseguito (112 + 112) per trovarlo.

Une explication basée sur une procédure additive correcte mais peu explicitée :
PR5067


Continuando a costruire griglie rispettando la stessa regola, potrà costruire una griglia di esattamente 112 quadratini? NO

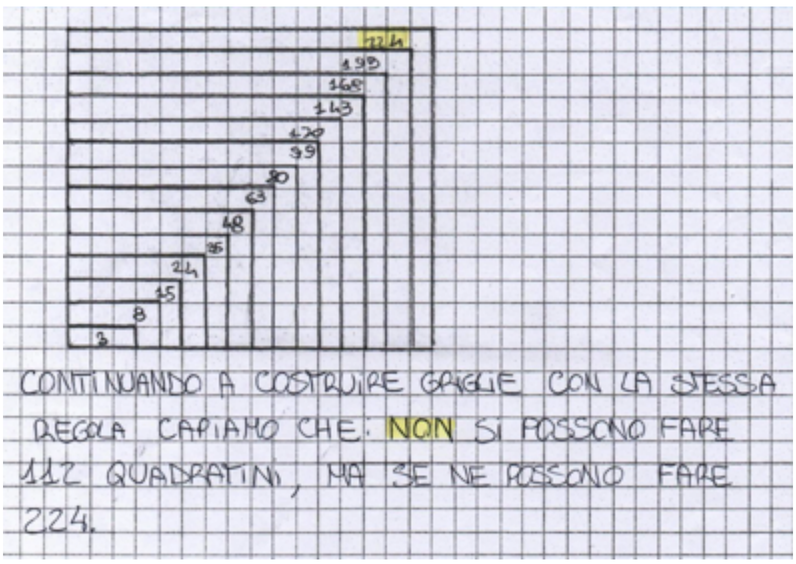
E una di esattamente 224? SI

Abbiamo trovato la distanza tra una griglia e l'altra, (es. 3-8 distanza 5), dopo abbiamo visto che le distanze erano più due. Il numero delle griglie più la distanza, dopo ogni volta addizionavamo +2 la distanza e abbiamo trovato la risposta.

## Catégorie 6

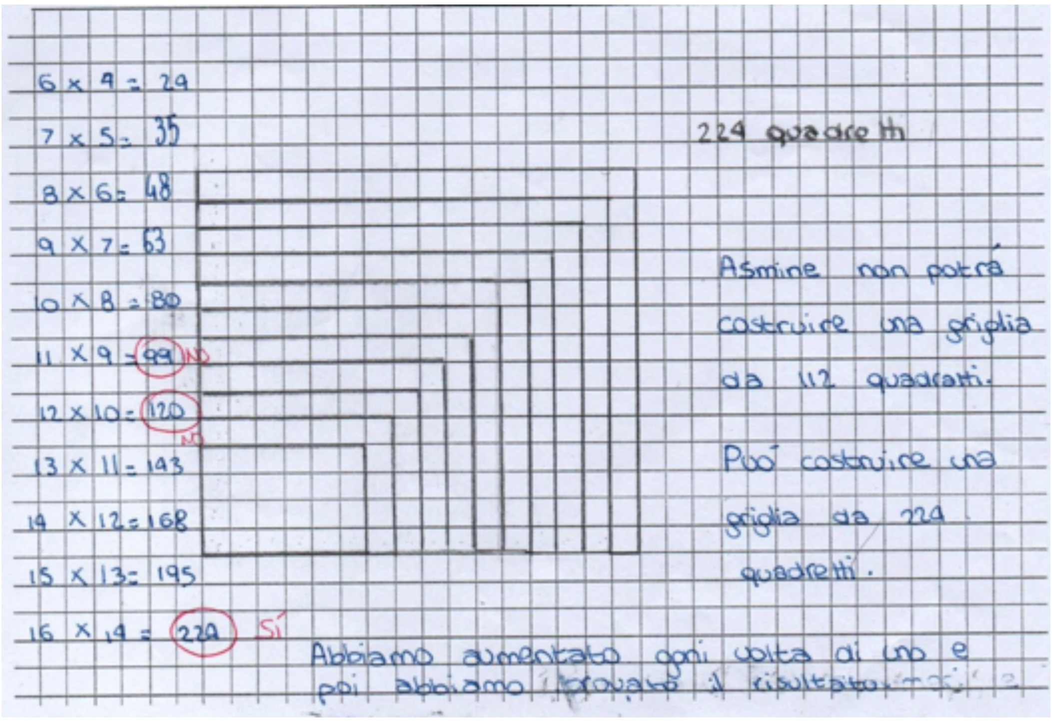
Les copies de cette catégorie montrent une certaine évolution sur les aspects suivants :

- les dessins ne présentent plus des grilles séparées, mais sont presque toujours présentés dans une illustration schématique représentant les différentes grilles imbriquées :
MI06099

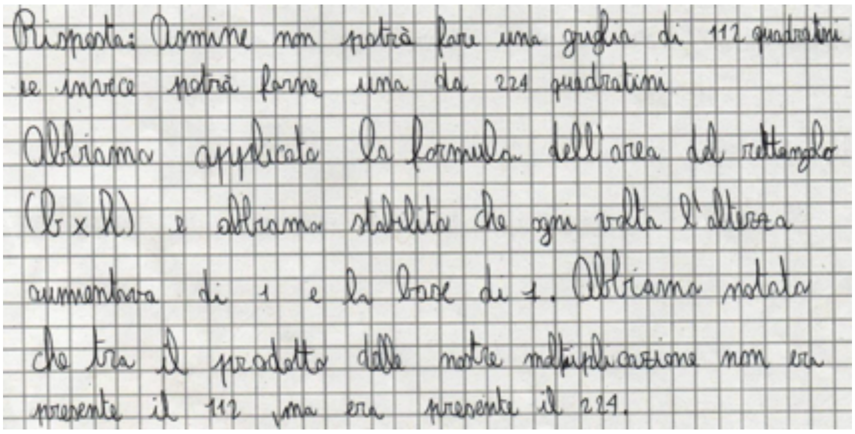


CONTINUANDO A COSTRUIRE GRIGLIE CON LA STESSA REGOLA CAPIAMO CHE: NON SI POSSONO FARE 112 QUADRATINI, MA SE NE POSSONO FARE 224.

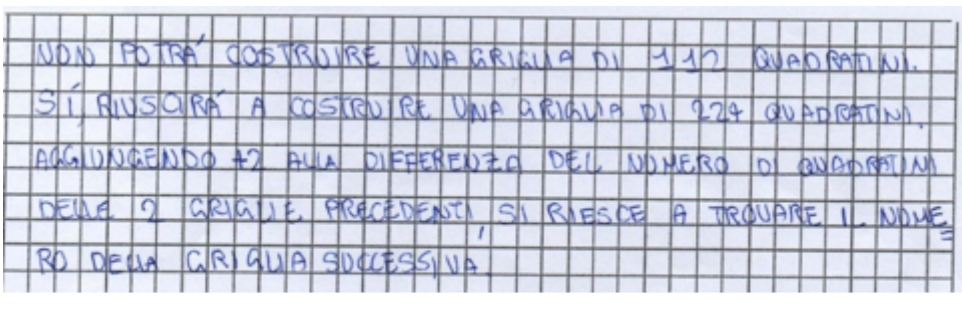
• les différentes représentations sont coordonnées de manière plus harmonique :
MI06036




• l'observation de la régularité numérique avec laquelle les zones changent dans la succession des grilles est généralement repérée géométriquement, cependant elle est aussi décrite verbalement parfois dégagée de l'observation des dessins :
MI06108


Risposta: Asmine non potrà fare una griglia di 112 quadratini se invece potrà farne una da 224 quadratini
Abbiamo applicato la formula dell'area del rettangolo (b x h) e abbiamo stabilito che ogni volta l'altezza aumentava di 1 e la base di 1. Abbiamo notato che tra il prodotto delle nostre moltiplicazione non era presente il 112 ma era presente il 224.

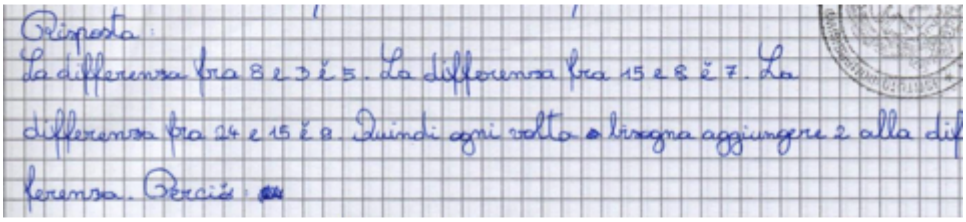
et MI06079


NON POTRÁ COSTRUIRE UNA GRIGLIA DI 112 QUADRATINI.
SÍ RIUSCIRÁ A COSTRUIRE UNA GRIGLIA DI 224 QUADRATINI.
AGGIUNGENDO +2 ALLA DIFFERENZA DEL NUMERO DI QUADRATINI DELLE 2 GRIGLIE PRECEDENTI, SI RIESCE A TROVARE IL NUMERO DELLA GRIGLIA SUCCESSIVA.

Les élèves peuvent adopter deux attitudes en abordant ce problème:

- la plus immédiate dans laquelle ils se concentrent sur la recherche des nombres demandés. Mais en observant de manière plus attentive la variabilité des grilles, l'approche arithmétique centrée sur les calculs prévaut :

MI06011


Risposta:
La differenza fra 8 e 3 è 5. La differenza fra 15 e 8 è 7. La differenza fra 24 e 15 è 9. Quindi ogni volta bisogna aggiungere 2 alla differenza. Perciò:

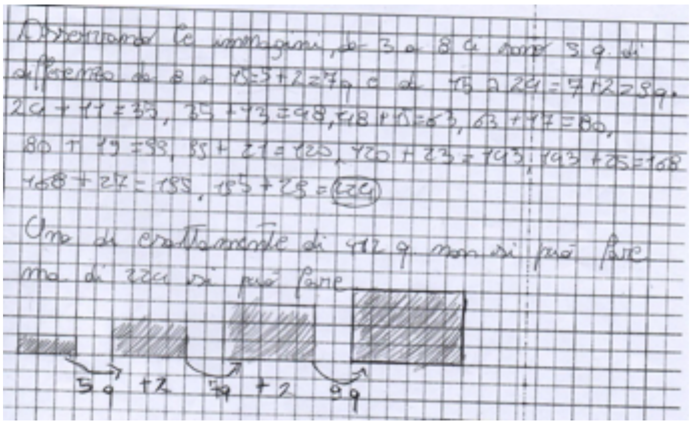

24+ 11= 35+ 13= 48+ 15= 63+ 17= 80+ 19= 99+ 21= 120

Perciò la prima domanda è negativa, mentre l'altra è affermativa:
120+ 23= 143+ 25= 168+ 27= 195+ 29= 224

Il risultato è giusto!

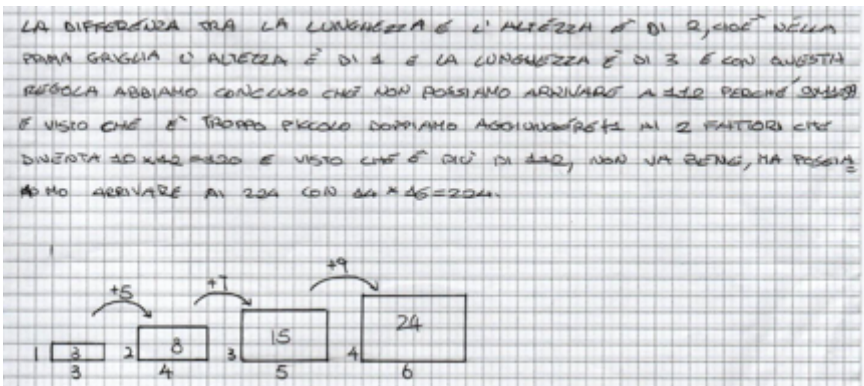
- l'autre plus évoluée dans laquelle la vision fonctionnelle apparaît plus clairement dans la succession des grilles.

MI06051


Osservando le immagini, da 3 a 8 ci sono 5 q di differenza, da 8 a 15=5+2=7q e da 15 a 24=7+2=9q.
24+11=35, 35+13=48, 48+15=63, 63+17=80,
80+19=99, 99+21=120, 120+23=143, 143+25=168
168+27=195, 195+29=224
Ora di esattamente di 112 q non si può fare
ma di 224 si può fare


Quelques copies montrent que les élèves commencent à avoir une vision fonctionnelle du problème, ils reconnaissent la variabilité des dimensions des grilles. Dans certains cas ils font la distinction entre le numéro d'ordre de la grille et les nombres correspondant à leurs dimensions. Les élèves arrivent aussi à noter soit la place occupée par une grille dans la succession, soit les valeurs numériques des aires des quadrillages :

MI06063.

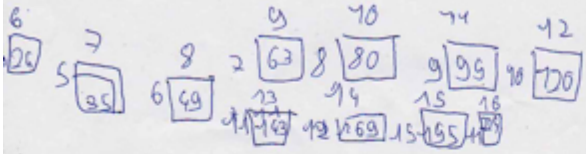

LA DIFFERENZA TRA LA LUNGHEZZA E L'ALTEZZA È DI 2, CIOÈ NELLA PRIMA GRIGLIA L'ALTEZZA È DI 1 E LA LUNGHEZZA È DI 3 E CON QUESTA REGOLA ABBIAMO CONCLUSO CHE NON POSSIAMO ARRIVARE A 112 PERCHÉ 9×11=99 E VISTO CHE È TROPPO PICCOLO DOBBIAMO AGGIUNGERE 1 AI 2 FATTORI CHE DIVENTA 10×12=120 E VISTO CHE È PIÙ DI 112, NON VA BENE, MA POSSIAMO ARRIVARE AI 224 CON 14×16=224.

Des représentations coordonnées apparaissent aussi tout en évitant les dessins successifs, en ayant recours à une illustration qui représente synthétiquement la variabilité des grilles :

FC6067

On a commencé par repérer qu'a chaque fois elle rajoutait deux carreaux. Ensuite on à rajouté 11 à 24 donc on a rajouter 2 à 11 et ainsi de suite. Non ce n'est pas possible avec 112 mais c'est possible avec 224

11+13+15+17+19+21+23+25+27+29=




Parfois les élèves tentent de raisonner seulement sur les nombres, en éliminant les dessins mais cette tentative porte souvent à l'insuccès dans les résultats.

FC6122

Pour 112, il faut faire : 24x2=48x2=96x2=192 - 90 =102 + 10 =112.
Pour 224, il faut faire : 3+8+15+24=50*3=150x3=450-100-100=250-30= 200+4=224

On a reussi a trouvé les réponse en faisant de calcule.

FC6104

Oui, car si nous faisons 6x le carré de 15 c'est égale à 90. Nous ajoutons un carré de 8 et un carré de 3 qui est égale à 101 puis ensuite nous faisons 101 plus 8+3 qui est égale à 112 carré.

Oui, car pour trouver 224 nous avons fait 112x2.

La clé du problème consiste à trouver deux nombres entiers dont la différence est 2 et le produit 112 puis 224. Cette copie l'a bien comprise :

FC6147

1 Non elle ne pourrat pas faire le nombre 112 car 11x9=99 et 12x10=120.

2 Oui elle pourrat faire le nombre 224 car 16x14=224.

Dans cette copie nous avons trouvé une tentative de décrire verbalement la "règle" selon laquelle les nombres des carreaux des grilles s'accroissent.

FC6143

1) Ce n'est pas possible : car d'après le résonnement on n'y arrive jamais

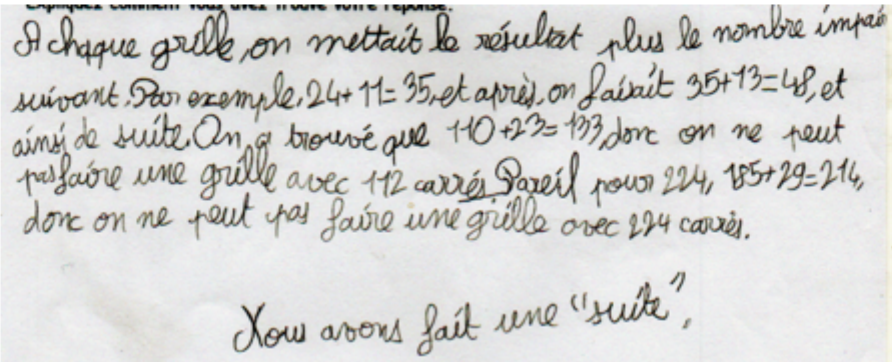
2) Oui car on arrivent avec le * ressonnement a 224

* A chaque fois elle ajoute les nombre de carreau ajouter précédemment avec 2 carreau de plus.

## Pour aller plus loin

Ce problème pourrait être considéré comme introductif à la notion de fonction et de suite numérique, à condition que la recherche d'une formule pour exprimer le passage d'une grille à l'autre soit nécessaire pour pouvoir répondre à la question.

FC6158

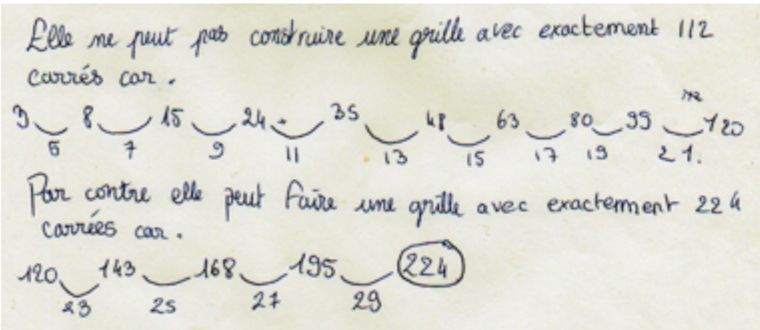


A chaque grille, on mettait le résultat plus le nombre impair suivant. Par exemple, 24+11=35, et après on faisait 35+13=48, et ainsi de suite. On a trouvé que 110+23=133, donc on ne peut pas faire une grille avec 112 carrés. Pareil pour 224, 185+29=214, donc on ne peut pas faire une grille avec 224 carrés.

Nous avons fait une "suite".

Ce n'est pas le cas comme on l'a vu avec les nombres 112 et 224, trop petits, qui peuvent être traités par une suite de dessins même schématiques ou par des grilles emboîtées. Cette variable didactique est donc essentielle et détermine l'objectif mathématique du problème.

FC644



Elle ne peut pas construire une grille avec exactement 112 carrés car.

$\underbrace{3 \quad 8}_{5} \ \underbrace{\quad 15}_{7} \ \underbrace{\quad 24}_{9} \ \underbrace{\quad 35}_{11} \ \underbrace{\quad 48}_{13} \ \underbrace{\quad 63}_{15} \ \underbrace{\quad 80}_{17} \ \underbrace{\quad 99}_{19} \ \underbrace{\quad 120}_{21}$

Par contre elle peut faire une grille avec exactement 224 carrées car.

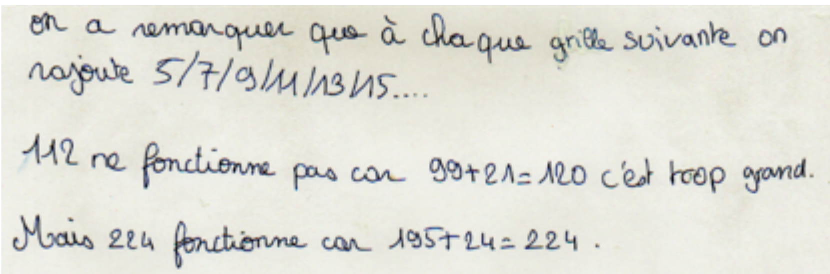
$\underbrace{120 \quad 143}_{23} \ \underbrace{\quad 168}_{25} \ \underbrace{\quad 195}_{27} \ \underbrace{\quad 224}_{29}$

Posons donc la question suivante : *en continuant à construire des grilles en respectant la même règle, pourrait-on construire une grille avec exactement 1224 carrés* ?

Cette valeur rend impossible une solution par dessins. Il est guère possible non plus de donner la suite numérique des 34 aires des grilles successives en nombres de carrés : 3 (3x1), 8 (4x2), 15 (5x3), …, 1224 (36x34) pour la 34ème grille. La 33ème compte 35x33 = 1155 carrés, il n'est donc pas possible d'obtenir une grille ayant un nombre de carrés strictement compris entre 1155 et 1224.

Ce problème, pour être résolu dans sa généralité, suppose donc d'avoir une expression donnant l'aire d'une grille en fonction de son rang. La copie suivante a bien compris le processus qui induit la relation fonctionnelle cherchée, mais au niveau 6 il n'était pas possible de l'exploiter algébriquement.

FC6064



on a remarquer que à chaque grille suivante on rajoute 5/7/9/11/13/15....

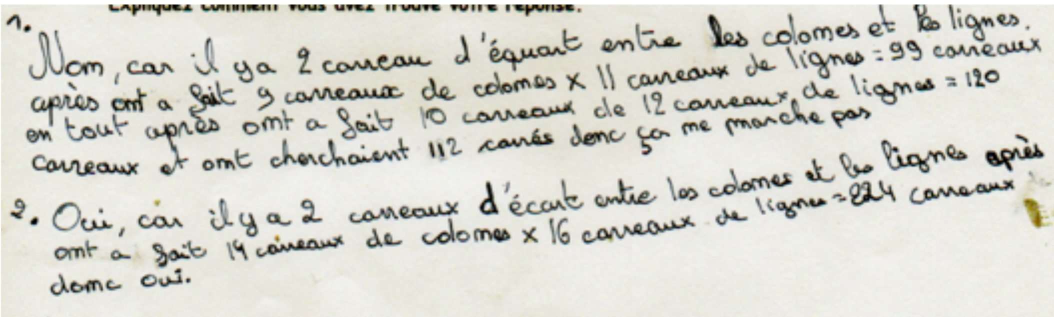
112 ne fonctionne pas car 99+21=120 c'est trop grand.

Mais 224 fonctionne car 195+24=224.

En suivant cette règle de construction, possible au niveau 10, on peut obtenir cette expression : si R est le rang de la grille considérée, son aire A(R) est donc égale à la somme partielle de la suite des nombres impairs de 3 à 2R + 1. Cette suite est obtenue à partir de la suite des entiers de 1 à R en les multipliant par 2 et ajoutant 1 à chacun. Sa somme est donc égale au double de la somme des entiers de 1 à R (qui vaut R(R + 1)/2) auquel on ajoute R : $A(R) = R^2 + 2R = (R + 1)^2 - 1$. Cette aire ne peut donc être celle d'une grille qu'à la condition que le nombre N de carrés donné soit tel que N + 1 soit un carré parfait, et dans ce cas le rang de la grille correspondante est $R = \sqrt{N+1} - 1$.

Une autre stratégie est sans doute plus abordable, en tout cas aux niveaux 8 et 9 : l'aire A(R) est obtenue par le produit de la longueur par la largeur de la grille, en nombres de côtés de carrés. Mais on a pu remarquer que ces deux nombres diffèrent de 2.

FC6148



Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

1. Nom, car il ya 2 carreau d'équart entre les colomes et les lignes. après omt a fait 9 carreaux de colomes x 11 carreaux de lignes = 99 carreaux en tout après omt a fait 10 carreaux de 12 carreaux de lignes = 120 carreaux et omt cherchaient 112 carrés donc ça me marche pas

2. Oui, car il y a 2 carreaux d'écart entre les colomes et les lignes après omt a fait 14 carreaux de colomes x 16 carreaux de lignes = 224 carreaux domc oui.

Ainsi, si R est le rang de la grille cherchée, égal à la largeur de cette grille, on a : $A(R) = R(R + 2)$. Pour des valeurs de R assez grandes, ce nombre est proche de $R^2$. Si N est le nombre de carrés demandé, la recherche d'un produit possible peut se faire par essais à partir de l'entier précédant $\sqrt{N}$ . Dans l'exemple proposé, avec $1155 < N < 1224$, cela donne $34 < \sqrt{N} < 35$, d'où le produit $A(R) = 34 \times 36 = 1224$.